Ilari Oras
014161922

Tira - I

Tehtävä I

a)

Parittomat luvut voidaan ilmaista muodossa $k = 2n + 1$

$$\begin{aligned} & (2n+1)^2 - 1 \\ = \; & 4n^2 + 4n + 1 - 1 \\ = \; & 4n^2 + 4n \\ = \; & 4\left(n^2 + n\right) \end{aligned}$$

Kaikki luvut ovat jaollisia neljällä, siten myös parillisia.

b)

Luvut, jotka eivät ole kolmella jaollisia, voidaan ilmaista muodossa $k = 3n + 1$

$$\begin{aligned} & (3n+1)^2 - 1 \\ = \; & 9n^2 + 6n + 1 - 1 \\ = \; & 3\left(3n^2 + 2n\right) \end{aligned}$$

Eli kaikki luvut ovat jaollisia kolmella.

c)

Voidaan merkitä $a = b = c$

$$\begin{aligned} a(b+c) &< a+b+c \\ a(a+a) &< a+a+a \\ 2a^2 &< 3a \end{aligned}$$

Tehdään sijoitus $a = 1$.

$$\begin{aligned} 2 \times 1^2 &< 3 \times 1 \\ 2 &< 3 \end{aligned}$$

Väite on tosi. Eli $a(b+c) < a+b+c$ pätee joillain arvoilla $a, b, c \in \mathbb{N}$

Ilari Oras
014161922

d)

Edellisen kohdan perusteella saadaan $2a^2 < 3a$. Tehdään sijoitus $a = 2$.

$$\begin{aligned} 2 \times 2^2 &< 3 \times 2 \\ 8 &< 6 \end{aligned}$$

Väite *millä tahansa kolmella luvulla* $a, b, c \in \mathbb{N}$ $a(b + c) < a + b + c$ ei tämän ristiriidan takia voi pitää paikkansa, sillä on olemassa jokin luku, joka kuuluu luonnollisten lukujen joukkoon, joka ei toteuta anntettua väitettä.

Tehtävä II

a)

`!A && !B` ja `!(A && B)` ovat yhtäsuuret.
`!A || !B` ja `!(A || B)` ovat yhtäsuuret.

b)

`!(!A || !B) && B` $\Rightarrow$ `A && B`

c)

`(A || !B) && (B || !A)` $\Rightarrow$ `(A && B) || (!A && !B)`

d)

`!(((A || !A) || A || B) && !A)` $\Rightarrow$ `A`

Tehtävä III

a)

_2128
$128/\underbrace{2/2/2/2/2/2/2}_{7} = 1$
$\log_2 128 = 7$

b)

$log_4 4$
$4/\underbrace{4}_{1}$
$log_4 4 = 1$

Ilari Oras
014161922

c)

$log_3 81$
$81/\underbrace{3/3/3/3}_{4} = 1$
$log_3 81 = 1$

d)

$log_{11} 1$
Koska $log_n a = x \Leftrightarrow n^x = a$ ja $x^0 = 1$, on vastaus 0.

e)

$log_{11} 121$
$121\underbrace{/11/11}_{2} = 1$

f)

$log_{10} 100000$
$100000/10^5 = 1$
$log_{10} 100000 = 5$

g)

$log_2 2^{19}$
$2^{19}/2^{19} = 1$
$log_2 2^{19} = 19$

Tehtävä VI

a)

Suurin mahdollinen luku on juuri ennen *roll-overia*, eli $2^7 - 1 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + = 127$ $2^7 - 1$, sillä se potenssinumerointi alkaa nollasta.

b)

Edellisen logiikan mukaan suurin mahdollinen tasan yhdeksän merkin mittainen binääriluku on $2^9 - 1 = 511$
Pienin puolestaan on joko 000000000_2, mutta mikäli sen täytyy alkaa merkitsevällä luvulla (eli alusta ei voida karsia mitään pois), niin saadaan $100000000_2 = 256$

c)

Luku 1001110101101001101111_2 on pariton, sillä ainoa paikka, mistä pariton luku binääriesityksestä saadaan, on kauimmainen symboli oikealla, ennen desimaalipilkkua, sillä $2^0 = 1$ on ainoa tapa saada pariton luku binäärijärjestelmään.

Ilari Oras
014161922

d)

400_{10} on binäärijärjestelmässä 9-merkkiä pitkä, sillä luku on pienempi kuin $2^9 = 512$, mutta suurempi kuin $2^8 = 256$. Binääriesityksenä 400_{10} on 110010000_2

e)

Yleinen funktio binäärisen esityksen pituudelle:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ \lfloor log_2 x \rfloor + 1 & x \neq 0 \end{cases}$$

Tehtävä V

a)

```
public class Rekursiivisuus {
    public static void main(String[] args) {
        rekurs(3);
    }
    public static void rekurs(int k) {
        tahti(k);
        System.out.println("");
        if (k > 0) rekurs(k - 1);
    }
   public static void tahti(int j) {
        if (j > 0) tahti(j-1);
        System.out.print("*");
    }
}
```

b)

```
public class Rekursiivisuus {
    public static void main(String[] args) {
        rekurs(3);
    }
     public static void rekurs(int k) {
        if (k > 0) rekurs(k - 1);
        tahti(k);
        System.out.println("");
    }

   public static void tahti(int j) {
        if (j > 0) tahti(j-1);
        System.out.print("*");
    }
}
```

Ilari Oras
014161922

c)

```
public class Rekursiivisuus {
    public static void main(String[] args) {
        rekurs(3);
    }
    public static void rekurs(int k) {
        if (k > 0) {
            rekurs(k - 1);
            tahti(k);
            System.out.println("");
            rekurs(k - 1);
        }
    }
    public static void tahti(int j) {
        if (j > 0) {
            tahti(j - 1);
            System.out.print("*");
        }
    }
}
```

d)

```
public class Rekursiivisuus {
    static int n;
    public static void main(String[] args) {
        n=1;
        rekurs(3);
        }
    public static void rekurs(int k) {
        if (k > 0) {
            int monesko = n;
            n++;
            rekurs(k - 1);
            tahti(k);
            System.out.println(" "+monesko);
            rekurs(k - 1);
        }
    }
    public static void tahti(int j) {
        if (j > 0) {
            tahti(j-1);
            System.out.print("*");
        }
    }
}
```

Ilari Oras
014161922

Tehtävä VI

a)

```
public class Rekursiivisuus {
    static int k=0;
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println(rekurs(4, 7));
        }
    public static int rekurs(int i, int j) {
        if (i==0 || j==0) return 0;
        k+=j;
        if (i==1) return k;
        return rekurs(i-1, j);
    }
}
```