Guía de matemáticas.

Héctor.

3 de abril de 2015

1. ¿Cuales son los números naturales?

Los números naturales son usados para contar (por ejemplo, ”hay cinco monedas en la mesa”) o para imponer un orden (por ejemplo, .Esta es la tercera ciudad mas grande del pais”). En el lenguaje comun , estos dos usos de los números naturales se distinguen por el uso de los números cardinales o de los números ordinales.

No existe ningún acuerdo universal acerca de cuando incluir al cero en el conjunto de los numeros naturales.Algunos autores consideran que los números naturales comienzan en 0 , es decir 0, 1, 2, 3, . . . , mientras que otros autores comienzan con el 1, consideran a los numeros naturales como el conjunto de los **enteros positivos** 1,2,3,. . . , .

Los numeros naturales se denotan con simbolo $\mathbb{N}$.

Las propiedades de los numeros naturales , tales como la **divisibilidad** y la distribución de los **numeros primos**, son estudiadas en la **teoría de numeros**. Los problemas que tiene que ver con el conteó y el orden, tales como el partir o enumerar son estudiadas en la combinatoría.

Los números naturales son la base de todos los demás tipos de números: los enteros, los números racionales, los números reales, . . . , etc.

2. ¿Cuales son los números enteros?

Un entero es un número que puede ser escrito sin parte fraccionaria (por ejemplo, 21, 4, 0 y 2015 son enteros, en cambio 9.75, $5\frac{1}{2}$, $\sqrt{2}$ y π no lo son).

El conjunto de los enteros consiste de el cero (0), los números naturales $(1, 2, 3, \ldots)$ y sus **inversos aditivos** (los **enteros negativos**, es decir, $-1, -2, -3, \ldots$). Estos son denotados por el símbolo $\mathbb{Z}$ que viene de el alemán Zahlen que significa número.

3. ¿Cuales son los números primos y cuales son los números compuestos?

Un **número primo** (o un **primo**) es un **número natural** mayor que 1 que no tiene **divisores** positivos (un **divisor** de un **entero** n, también llamado un **factor** de n, es un entero que puede ser multiplicado por otro entero para producir n.) distintos de 1 y el mismo. Por ejemplo, 5 es primo porque 1 y 5 son los únicos factores enteros positivos. Existe un n'umero infinito de primos, esto fue demostrado por **Euclides** por el año 300 BC.

Un número natural mayor que 1 que no es un número primo es llamado un **número compuesto**. Por ejemplo 6 es un número compuesto porque tiene como divisores a 2 y a 3 aparte de 1 y 6.

4. ¿Cuales son los números racionales?

Un **número racional** es cualquier número que se puede expresar como cociente o fracción $\frac{p}{q}$ de dos enteros, p y q, con denominador $q \neq 0$ distinto de cero. Como q puede ser igual a 1, todo número entero es un número racional. El conjunto de todos los números racionales es denotado por el Simbolo $\mathbb{Q}$.

La **expansión decimal** de un número racional siempre termina o comienza repetir la misma secuencia finita de números una y otra vez despues de un número finito de digitos. Ademas, cualquier expresión decimal que termina o se repite representa un número racional. Existen números que no son racionales por ejemplo $\sqrt[2]{2}, \pi$, e.

5. Suma, multiplicación y división de fracciones.

5.1. Suma.

Dados dos números expresados en forma de frac ión.

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$$

Se define su suma como:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

Ejemplo:

Calcular la siguiente suma

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{7} =$$

En este caso $a = 3, b = 5, c = 2, d = 7$ de esta forma.

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{(3)(7) + (2)(5)}{(5)(7)}$$

Ejemplo:

Calcular la siguiente suma:

$$\frac{2}{3} + 5 =$$

En este observamos que $1 = \frac{(3)}{(3)}, 5 = \frac{5}{1}$, entonces

$$5 = (5)(1) = (5)(\frac{3}{3}) = (\frac{5}{1})(\frac{3}{3}) = \frac{(5)(3)}{(1)(3)}$$

$$5 = \frac{15}{3}$$

5.2. Multiplicación.

Dados dos números expresados en forma de frasión.

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$$

Se define su multiplicación como:

$$(\frac{a}{b})(\frac{c}{d}) = \frac{(a)(c)}{(b)(d)}$$

Ejemplo:

Calcular la siguiente multiplicación de fracciones

$$(\frac{3}{5})(\frac{2}{7}) =$$

En este caso $a = 3, b = 5, c = 2, d = 7$ de esta forma.

$$(\frac{3}{5})(\frac{2}{7}) = \frac{(3)(2)}{(5)(7)} = \frac{6}{35}$$

Ejemplo:

Calcular la siguiente multiplicación:

$$(\frac{2}{3})(5) =$$

En este observamos que $1 = \frac{(3)}{(3)}, 5 = \frac{5}{1}$, entonces

$$5 = (5)(1) = (5)(\frac{3}{3}) = (\frac{5}{1})(\frac{3}{3}) = \frac{(5)(3)}{(1)(3)} = \frac{15}{3}$$

entonces

$$(\frac{2}{3})(5) = (\frac{2}{3})(\frac{15}{3}) = \frac{(2)(15)}{(3)(3)} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$$

5.3. División.

Dados dos números expresados en forma de fración.

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$$

Se define su divisiónón como:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{(a)(d)}{(b)(c)}$$

Ejemplo:

Calcular la siguiente división de fracciones

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} =$$

En este caso $a = 3, b = 5, c = 2, d = 7$ de esta forma.

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{(3)(7)}{(5)(2)} = \frac{21}{10}$$

Ejemplo:

Calcular la siguiente división:

$$(\frac{2}{3}) \div (5) =$$

En este observamos que $1 = \frac{(3)}{(3)}, 5 = \frac{5}{1}$, entonces

$$5 = (5)(1) = (5)(\frac{3}{3}) = (\frac{5}{1})(\frac{3}{3}) = \frac{(5)(3)}{(1)(3)} = \frac{15}{3}$$

entonces

$$(\frac{2}{3}) \div (5) = (\frac{2}{3}) \div (\frac{15}{3}) = \frac{(2)(3)}{(3)(15)} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

6. ¿Que es un polinomio?

Un **polinomio** es una expresión que consiste de **incognitas (indeterminadas)** y de **coeficientes**, que involucran solo las operciones de suma, resta, multiplicación y exponentes enteros no negativos. Un ejemplo de un polinomio de una sola incognita (o indeterminada), x, es $x^2 - 4x + 7$.

7. ¿Que es un monomio?

De forma muy general un **monomio** es un polinomio con un solo termino, por ejemplo. Si solo se considera una variable x, esto significa que un monomio sera 1 o una potencia x^n multiplicada por algún número. por ejemplo $3x^2$.

8. Suma, resta y multiplicación de monomios

8.1. Suma de monomios.

Sólo se pueden sumar o restar los monomios semejantes.
El resultado se obtiene sumando o restando sus coeficientes.

Ejemplo:

$$5x^2y^3 + 8x^2y^3 - 3x^2y^3 = 10x^2y^3$$

Si los monomios no son semejantes, el resultado de la suma o resta es un polinomio.

8.2. Producto de monomios.

Dos monomios se pueden multiplicar, efectuando el producto de los coeficientes y de las partes literales, respectivamente.

Ejemplos:

$$(6x^3) \cdot (-4x^3) = -24x^6$$

$$\left(4x^2\right) \cdot \left(8x^3y\right) = 32x^5y$$

$$\left(5a^2b^3\right) \cdot (-3ab) \cdot \left(4b^2\right) = -60a^3b^6$$

$$\left(\frac{3}{4}x^2y^3\right) \cdot \left(\frac{2}{3}xy\right) \cdot \left(\frac{30}{48}x^5\right) = \frac{5}{16}x^8y^4$$

8.3. Cociente de dos monomios

El cociente de dos monomios será otro monomio sólo cuando la parte literal del dividendo es múltiplo de la parte literal del divisor.

Ejemplos:

$$\frac{7x^2y}{2xy} = \frac{7}{2}x$$

sí es un monomio porque: x^2y, es múltiplo de xy;

$$\frac{7x^2y}{2xyz} = \frac{7x}{2z} = \frac{7}{2}\,\frac{x}{z} = \frac{7}{2}xz^{-1}$$

9. Suma, resta y multiplicación de polinomios

Los polinomios se pueden sumar y restar agrupando los términos y simplificando los monomios semejantes.

Ejemplo:

Sean los polinomios: $P(x) = (2x^2 + 4x + 1)$ y $Q(x) = (5x^2 + 3)$, entonces la suma de $P(x)$ y $Q(x)$ es:

$$P(x) - Q(x) = 2x^2 + 5x^2 + 4x + 1 + 3$$

Para multiplicar polinomios se multiplica cada término de un polinomio por cada uno de los términos del otro polinomio y luego se simplifican los monomios semejantes.

Ejemplo:

Sean los polinomios: $P(x) = (2x^3 + 4x + 1)$ y $Q(x) = (5x^2 + 3)$, entonces su producto es:

$$P(x)Q(x) = (2x^3{+}4x{+}1)(5x^2{+}3) = (2x^3{+}4x{+}1)(5x^2){+}(2x^3{+}4x{+}1)(3) = (10x^5{+}20x^3{+}5x^2){+}(6x^3{+}12x{+}$$

10. Operaciones con los exponentes.

10.1. Propiedades básicas

Si a es un número positivo y b, c son enteros, entonces se tienen las siguientes identitades:

1. $a^{b^c} = (a^b)^c = a^{bc}$
   Ejemplo:
   $3^{4^2} = (3^4)^2 = 3^{(4)(2)} = 3^8 == 6561$
2. Sean a, b números no negativos y c, d numeros enteros, entonces

$$\frac{a^c}{b^d} = (a^c)(b^{-d})$$

   Ejemplo:

$$\frac{x^4}{x^3} = (x^4)(x^{-3}) = x^{4-3} = x$$