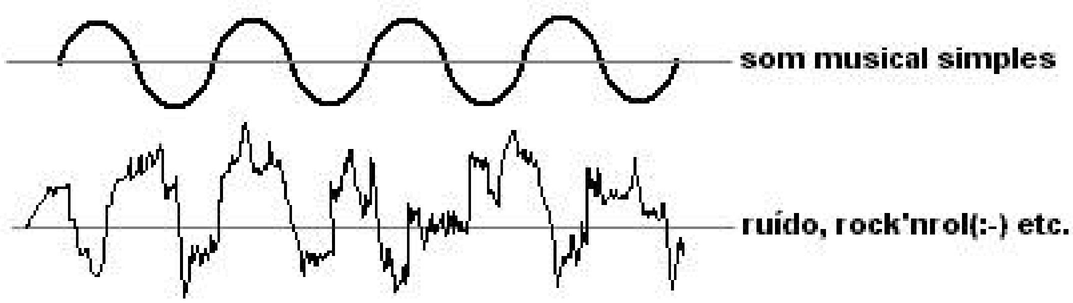
Como as Séries de Fourier se relacionam com o estudo dos Sons (*Acústica*)?

Egmon Pereira, Gabriel Felipe, Rafael Souza e Vinícius Moraes

13 de Outubro de 2016

- Criamos um grupo no Facebook (inbox) para discutir compartilhar os links e outros mateirais usados.
- Criamos no Overleaf um doc em Latex para montar a apresentação e o relatório.
- Pesquisamos no google sobre gráficos que demonstram graficos da aplicação da serie de fourier sobre algumas funções e sobre gráficos que demonstram ondas acústicas.



- Com as pesquisas *Google*encontramos os seguintes links:
  - Pesquisando no *Google* por *"how does fourier series relates with audio processing"*, encontramos o site: http://www.dspguide.com/ch13/4.htm o site foi o terceiro resultado na busca.

- https://www.algosobre.com.br/fisica/acustica.html
- Pesquisando por *"fourier series acoustics"* encontramos o site: http://clas.mq.edu.au/speech/acoustics/frequency/spectral.html
- Pesquisando por *"Séries de Fourier"*, encontramos http://mathworld.wolfram.com/FourierSeries.html
- $http://www.de.ufpe.br/\ hmo/qFourier_SBrT.pdf$
- Pesquisando por *"série de fourier sons"* https://www.unochapeco.edu.br/static/data/portal/downloads/1434.pdf e http://www.ifba.edu.br/fisica/nfl/fge2/praticas/timbreCoolEdit.html

• A partir das 13:50h ficamos sem acesso à Rede Mundial de Computadores o que nos impossibilitou de continuar nossa pesquisa. A mesma voltou às 14:08h

• No link: https://www.unochapeco.edu.br/static/data/portal/downloads/1434.pdf, encontramos o seguinte estudo:

> A Série de Fourier possui um vasto campo de aplicações em diferentes áreas do conhecimento, como nas Engenharias, na Física e na Matemática. Além dessa importância na área científica clássica, a Série de Fourier também auxiliou no desenvolvimento da música.
>
> Matematicamente podemos *"manipular"* uma nota musical através do desenvolvimento de uma Série de Fourier. Assim, este estudo abrange uma aplicação da Serie de Fourier envolvendo ondas sonoras e, aproveitando a similaridade com o tema, também aborda a relação Música e Matemática, uma vez que a música pode ser vista como uma série de fenômenos ondulatórios.
>
> A partir desta experiência e embasados pelo conhecimento teórico, pelas relações matemáticas que regem o comportamento da escala musical contemporânea e pelas características físicas das ondas sonoras, foi proposta uma alteração na construção da Viola Brasileira (Viola Caipira), instrumento acústico tipicamente brasileiro, visando melhorar o desempenho sonoro deste. O som capturado para o estudo e desenvolvimento da situação prática (Aplicação) da Série de Fourier também foi extraído

a partir da excitação de uma corda da Viola Brasileira e os resultados confirmaram a aplicabilidade da Série de Fourier na análise e síntese do som.

Análise e síntese do som: A onda escolhida para análise foi extraída a partir da execução da nota *"Mi"* na Viola Caipira. Fizemos a análise de somente uma corda. Porém, essa corda foi cuidadosamente escolhida, pois essa frequência é a mesma para 3 cordas do instrumento, ou seja, 30% do som emitido pela viola.

Através de um programa de computador, *Sony Sound Forge 9.0*, sintetizamos a onda sonora de forma linear para podermos visualizá-la. A Figura abaixo mostra o espectro obtido com a captação do som.

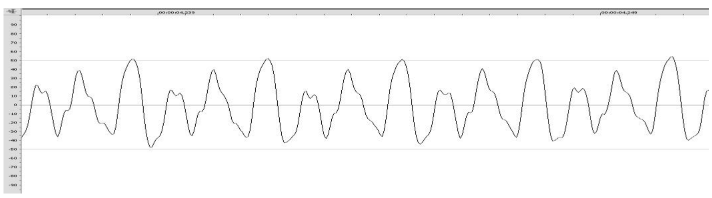


Figura 1: Nota *Mi*

Note que a onda tem uma forma bastante complexa. Assim a dedução da função $f(x)$ que gera essa onda torna-se muito difícil. Dessa maneira, sendo nosso trabalho apenas *"propositivo"*, isolamos o primeiro, segundo e terceiro harmônicos da onda através da técnica dos harmônicos, obtendo a onda explícita na Figura abaixo

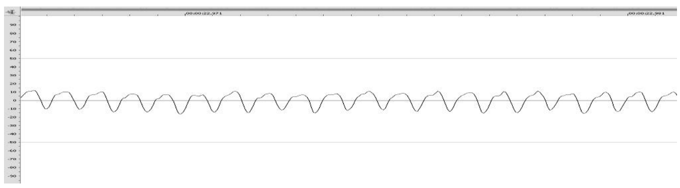


Figura 2: Harmônico

Assim, utilizando o *software Maple*, conseguimos aproximar a onda através do Polinômio:

$$p(x) \quad = \quad \frac{-80x^4}{\pi^4} + \frac{140x^2}{\pi^2} \tag{1}$$

A Série de Fourier encontrada a partir do polinômio (1) é:

$$f(x) \quad \approx \quad \frac{2}{3}\Sigma_1^{\infty}\left(\frac{-80}{(n\pi)^2}cos(n\pi) + \frac{3840}{(n\pi)^2}cos(n\pi)\right) \cdot cos(nx) \tag{2}$$

A Figura abaixo representa a Série de Fourier $f(x)$ (linha mais espessa) e o gráfico do polinômio $p(x)$.

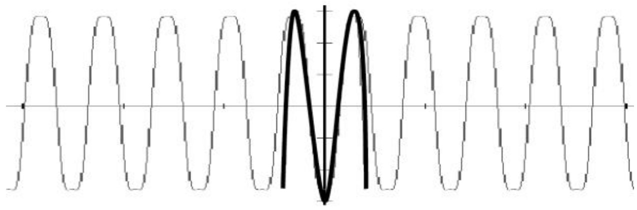


Figura 3: Interpolação

Analisando a Figura 6, que representa a Série de Fourier, inferimos que ela descreve com precisão satisfatória, a onda captada do instrumento.